Revue Ouverte d'Intelligence Artificielle

Sihem Belabbes, Salem Benferhat

Une extension possibiliste pour les ontologies DL-Lite inconsistantes partiellement pré-ordonnées

Volume 3, n^o 3-4 (2022), p. 373-391.

<http://roia.centre-mersenne.org/item?id=ROIA_2022__3_3-4_373_0>

Revue Ouverte d'Intelligence Artificielle
Volume 3, n° 3-4, 2022, 373-391

Une extension possibiliste pour les ontologies DL-Lite inconsistantes partiellement pré-ordonnées

Sihem Belabbes[a], **Salem Benferhat**[b]

[a] Laboratoire d'Intelligence Artificielle et Sémantique des Données (LIASD) IUT de Montreuil Université Paris 8 Saint-Denis, France
E-mail : belabbes@iut.univ-paris8.fr

[b] Centre de Recherche en Informatique de Lens (CRIL), Université d'Artois & CNRS Lens, France
E-mail : benferhat@cril.fr.

RÉSUMÉ. — La logique DL-Lite possibiliste standard, issue de la logique des descriptions DL-Lite, permet de modéliser l'incertitude sur les données dans les ontologies formelles. Dans cet article, nous proposons une extension de la logique DL-Lite possibiliste pour le cas où les données incertaines sont en outre partiellement pré-ordonnées. Nous supposons que les axiomes de la base terminologique (TBox) sont complètement certains et ne peuvent être remis en cause en présence d'informations contradictoires. Cependant, les faits de la base assertionnelle (ABox) peuvent être incertains et peuvent être ignorés ou affaiblis s'ils sont inconsistants avec les axiomes de la TBox. Nous définissons une méthode efficace pour résoudre les inconsistances dans la base ABox, où l'incertitude est représentée par des poids symboliques, qui sont attachés aux assertions et ordonnés selon un ordre partiel. L'idée consiste à calculer une seule réparation pour la base ABox pondérée et partiellement pré-ordonnée. Pour ce faire, nous considérons toutes les extensions du pré-ordre partiel défini sur les assertions, ce qui génère autant de bases compatibles avec la base ABox initiale. Ensuite, nous calculons la réparation possibiliste associée à chacune des bases compatibles. Enfin, nous obtenons une seule réparation pour la base initiale à partir de l'intersection des réparations possibilistes. Nous établissons les propriétés calculatoires intéressantes de notre méthode grâce à une caractérisation équivalente basée sur la notion d'assertions π-acceptées. En substance, il s'agit des assertions strictement prioritaires à au moins une assertion de chaque conflit de la base ABox initiale. Nous montrons que le calcul de la réparation possibiliste d'une ontologie DL-Lite partiellement pré-ordonnée s'effectue en un temps polynomial par rapport à la taille de la base ABox.

MOTS-CLÉS. — Ontologie DL-Lite, Base de Connaissances Inconsistante, Théorie des Possibilités.

1. Introduction

Une ontologie formelle spécifiée en logique des descriptions est une base de connaissances composée de deux éléments : une base terminologique (TBox) qui contient des axiomes représentant des connaissances sur un domaine d'intérêt, et une base assertionnelle (ABox) qui contient des assertions représentant des données factuelles. La base TBox est habituellement conçue et validée par des experts du domaine et peut naturellement être supposée sans conflits. Cependant, les assertions de la base ABox sont souvent obtenues de plusieurs sources d'informations et peuvent être incomplètes et erronées. Des conflits émergent alors entre les assertions par rapport aux axiomes, ce qui rend la base de connaissances inconsistante [(1)].

Le requêtage ou l'interrogation (en anglais, « *query answering* ») à partir d'une ontologie est une tâche de raisonnement importante, qui consiste à enrichir des données par de la connaissance sémantique, et ainsi déduire de nouveaux faits. Cependant, le fait d'interroger une ontologie inconsistante ne représente aucun intérêt car tout peut être dérivé de la contradiction. De très nombreux travaux se sont intéressés à la gestion de l'inconsistance dans les ontologies formelles, en particulier celles qui sont spécifiées dans la famille DL-Lite [19] de fragments légers des logiques des descriptions. En effet, la tâche d'interrogation est efficace dans les logiques DL-Lite car elle peut être réduite à un problème standard d'interrogation de bases de données par la reformulation de requêtes.

L'interrogation d'une ontologie inconsistante devient possible grâce aux sémantiques tolérantes à l'inconsistance. Inspirée des travaux en bases de données, l'approche consiste à interroger une ou des réparations de la base ABox inconsistante plutôt que cette dernière. À savoir qu'une réparation est une sous-base maximale (pour l'inclusion ensembliste) de la base ABox et qui est satisfiable avec la TBox.

Deux des sémantiques les plus connues sont désignées par les acronymes AR (de l'anglais « *ABox Repair* ») et IAR (de l'anglais « *Intersection of ABox Repair* ») [27]. La sémantique AR considère qu'une réponse à une requête est une conséquence valide de l'ontologie si elle peut être dérivée de chacune des réparations de la base ABox. La sémantique IAR quant à elle interroge une seule réparation obtenue par l'intersection de l'ensemble des réparations de la base ABox. Dans les ontologies légères, la sémantique IAR peut être vue comme une sous-approximation traitable de la sémantique AR connue pour être très coûteuse.

De nombreuses autres sémantiques et méthodes de gestion de l'inconsistance dans les ontologies formelles ont été proposées dans le cas général [2,12,14,15,20,28,37,39] et dans le cas où les données sont ordonnées avec des préférences [9,13,35]. L'accent est essentiellement mis sur les propriétés computationnelles de la tâche de requêtage.

D'un autre côté, les données dans une ontologie peuvent en outre être incertaines et imprécises. La prise en compte de l'incertitude ou de l'imprécision dans les logiques de descriptions a donné lieu à des extensions en logique floue [16, 18, 31, 33, 34], en théorie des probabilités [1, 17, 29], et également en théorie des possibilités [21, 32]. Cette dernière est une théorie de l'incertain qui offre un cadre formel pour raisonner à partir de bases de connaissances incertaines et inconsistantes [23, 24].

[(1)] Anglicisme employé tout au long de cet article pour désigner l'incohérence.

La logique possibiliste standard [22] quant à elle permet de raisonner à partir d'informations inconsistantes, incertaines, et munies de degrés de priorités qui sont ordonnés selon un pré-ordre total. En logique possibiliste standard, un degré ou un poids attaché à une formule propositionnelle constitue une borne inférieure pour le niveau de certitude ou de priorité de la formule. Les poids appartiennent à une échelle ordinale représentée par l'intervalle unitaire $[0, 1]$.

Dans cet esprit, la logique DL-Lite possibiliste [8] a été formalisée comme une logique DL-Lite pondérée qui garantit un traitement efficace des requêtes. En effet, ce formalisme permet d'enrichir l'expressivité de la logique DL-Lite standard afin de représenter des assertions pondérées et ordonnées selon un pré-ordre total, sans que cela n'engendre de coût calculatoire supplémentaire.

Par ailleurs, la logique possibiliste standard a été étendue aux relations d'ordre partiel. Par exemple, la notion d'inférence possibiliste a été redéfinie dans [11] pour capturer le cas où les poids attachés aux formules propositionnelles n'appartiennent pas à l'intervalle unitaire $[0, 1]$, mais plutôt à une échelle d'incertitude partiellement ordonnée. Dans [10, 36], l'idée d'affecter des poids symboliques partiellement ordonnés à des croyances a également été étudiée en détail. L'inconvénient principal de telles approches est qu'elles sont coûteuses (complexité computationnelle Δ_p^2-dure), ce qui les rend inadaptées à des applications fortement axées sur le requêtage.

Dans cet article, nous proposons d'étendre la logique DL-Lite possibiliste standard introduite dans [8] à l'ordre partiel, tout en permettant une interrogation efficace de la base de connaissances. Nous affectons aux assertions des poids symboliques ordonnés selon un ordre partiel strict, c'est-à-dire que chaque poids est unique dans l'échelle ordinale. Cependant, l'ordre résultant sur les assertions est un pré-ordre partiel sur celles-ci, puisque le même poids peut être affecté à plusieurs assertions. Dans ce cas, la base ABox correspondante est partiellement pré-ordonnée.

Récemment, une méthode efficace de gestion de l'inconsistance dans les ontologies légères partiellement pré-ordonnées a été proposée [6, 7]. Cette méthode, appelée « Elect », calcule en un temps efficace une seule réparation pour une ABox partiellement pré-ordonnée. La méthode Elect offre une extension de la sémantique IAR [27] à l'ordre partiel. Elle consiste à interpréter une ABox partiellement pré-ordonnée comme une famille de bases ABox totalement pré-ordonnées, puis de calculer la réparation associée à chacune des ABox. Ensuite, l'intersection de ces réparations permet d'obtenir une seule réparation pour la base ABox initiale.

L'efficacité de la méthode Elect est garantie par une caractérisation équivalente basée sur la notion d'assertion élue. Il s'agit d'une assertion qui est strictement préférée à toute autre assertion avec laquelle elle est en conflit [6], de sorte que l'ensemble des assertions élues constitue la réparation de la base ABox inconsistante.

Cet article est une version étendue des articles de conférences [3, 4], et est principalement basé sur l'article revue [5]. L'objectif est de montrer que le cadre DL-Lite possibiliste standard peut être étendu à l'ordre partiel de manière efficace, dans l'esprit de la méthode Elect. En d'autres termes, pour une ABox pondéréee, incertaine, inconsistante et partiellement pré-ordonnée, nous considérons toutes les extensions possibles du pré-ordre partiel. Ceci génère autant de bases compatibles avec la base ABox initiale. Ensuite, nous calculons la réparation possibiliste associée à chacune des bases compatibles. Enfin, nous obtenons une seule réparation pour la base initiale par l'intersection des réparations possibilistes.

Nous présentons également une caractérisation équivalente afin de démontrer l'efficacité de cette méthode possibiliste [5]. Cette caractérisation repose sur la notion d'assertion « π-acceptée ». Il s'agit d'une assertion qui est strictement prioritaire à au moins une assertion de chaque conflit de la base ABox initiale. Cette définition est fondamentalement différente de celle de la méthode Elect, où les assertions qui ne sont pas impliquées dans des conflits sont automatiquement élues, même si elles sont parmi les moins préférées. En revanche, les assertions « π-acceptée » correspondent aux assertions les plus certaines de la base ABox, donc toutes celles dont le degré de priorité est au dessus d'un certain seuil appelé degré d'inconsistance. Nous montrons que l'ensemble des assertions π-acceptées est satisfiable avec la base TBox, et qu'il peut être calculé en un temps polynomial par rapport à la taille de la base ABox initiale. Par ailleurs, nous montrons que lorsque la relation de priorité sur les poids attachés aux assertions est un ordre total, la réparation obtenue revient à la réparation possibiliste telle qu'elle est calculée en DL-Lite possibiliste standard.

Dans la Section 2, nous rappelons brièvement les principes de base de la logique DL-Lite standard, suivie par son extension à la logique possibiliste dans la Section 3. Dans la Section 4, nous introduisons notre méthode pour calculer une réparation pour une ABox inconsistante, pondérée et partiellement pré-ordonnée. Dans la Section 5, nous définissons la caractérisation équivalente qui garantit l'efficacité de notre méthode. Nous concluons l'article par une discussion de nos travaux futurs.

2. La Logique des Descriptions DL-Lite$_{\mathcal{R}}$

La logique des descriptions DL-Lite [19] est une famille de langages de représentation des connaissances qui ont gagné en popularité dans de nombreux domaines d'application comme la formalisation des ontologies légères. En effet, ces logiques présentent un bon compromis entre le pouvoir expressif et les propriétés computationnelles. Par exemple, interroger une base de connaissances DL-Lite peut s'effectuer de manière efficace grace à la reformulation de requêtes [19, 26].

Dans cette section, nous présentons les notions de bases du dialecte DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ de la famille DL-Lite. Ce dialecte sert de fondement logique au profil QL du standard OWL2 [30] qui est consacré au requêtage. Nous considérons un ensemble fini de noms de concepts $\mathsf{N_C}$, un ensemble fini de noms de rôles $\mathsf{N_R}$ et un ensemble fini de noms d'individus $\mathsf{N_I}$. Les ensembles $\mathsf{N_C}$, $\mathsf{N_R}$ et $\mathsf{N_I}$ sont mutuellement disjoints. Soient $A \in \mathsf{N_C}$, $P \in \mathsf{N_R}$ et $P^- \in \mathsf{N_R}$ qui représente l'inverse de P. Le langage DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ est défini selon les règles suivantes :

$$R \longrightarrow P \mid P^- \qquad E \longrightarrow R \mid \neg R$$
$$B \longrightarrow A \mid \exists R \qquad C \longrightarrow B \mid \neg B$$

où R est un rôle de base et E est un rôle complexe. De même, B est un concept de base tandis que C est un concept complexe. De plus, $\exists R$ est une restriction existentielle.

Dans tous les exemples de cet article, nous utilisons le vocabulaire ci-après qui représente un scénario très basique autour des arts musicaux en Asie du Sud-Est(2).

Exemple 2.1. — Soient les ensembles suivants de noms de concepts, de noms de rôles et d'individus :

- $\mathsf{N_C} = \{\mathsf{Urbain}, \mathsf{Rural}, \mathsf{Vocal}, \mathsf{Rituel}, \mathsf{Gong}\}$. Ces concepts représentent, respectivement : les types de musiques urbain, rural, vocal, rituel et la famille des instruments de type gong.
- $\mathsf{N_R} = \{\mathsf{a\_Inst}\}$. Ce rôle relie un morceau de musique à l'instrument utilisé pour le jouer.
- $\mathsf{N_I} = \{p_1, p_2, p_3, o\}$. Chaque élément $p_i \in \mathsf{N_I}$ représente un morceau de musique. L'élément « o » représente un instrument de type gong.

En ce qui concerne la sémantique du dialecte DL-Lite$_{\mathcal{R}}$, une interprétation est un tuplet $\mathcal{I} = \langle \Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$, où $\Delta^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$ est un domaine (pouvant être infini) et $\cdot^{\mathcal{I}}$ est une fonction d'interprétation qui associe un nom de concept A à un sous-ensemble $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$, un nom de rôle P à une relation binaire $P^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$, et un nom d'individu a à un élément $a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$.

La fonction d'interprétation $\cdot^{\mathcal{I}}$ peut être étendue afin d'interpréter les concepts et les rôles complexes de DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ comme suit :

$$
\begin{aligned}
&(P^{-})^{\mathcal{I}} = \{(y,x) \in \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \mid (x,y) \in P^{\mathcal{I}}\};\\
&(\exists R)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \text{ il y a } y \in \Delta^{\mathcal{I}} \text{ t.q. } (x,y) \in R^{\mathcal{I}}\};\\
&(\neg B)^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus B^{\mathcal{I}};\\
&(\neg R)^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \setminus R^{\mathcal{I}}.
\end{aligned}
$$

Un axiome d'inclusion sur des concepts (resp. des rôles) est un énoncé de la forme $B \sqsubseteq C$ (resp. $R \sqsubseteq E$). Une inclusion de concept (resp. de rôle) de la forme $B_1 \sqsubseteq \neg B_2$ (resp. $R_1 \sqsubseteq \neg R_2$), où le symbole de négation « $\neg$ » apparaît à droite du symbole d'inclusion « $\sqsubseteq$ », est un « axiome négatif d'inclusion ». Une inclusion de concept ou de rôle sans négation est un « axiome positif d'inclusion ». Une inclusion de concept de la forme $\exists P \sqsubseteq C$, qui impose que le domaine d'un rôle P soit contenu dans un concept C, est une « restriction de domaine ». De même, une inclusion de concept de la forme $\exists P^{-} \sqsubseteq C$ est une « restriction d'image ».

Une assertion est un énoncé de la forme $A(a)$ ou $P(a,b)$, où $a, b \in \mathsf{N_I}$.

Une interprétation $\mathcal{I}$ satisfait un axiome d'inclusion $B \sqsubseteq C$ (resp. $R \sqsubseteq E$), noté $\mathcal{I} \Vdash B \sqsubseteq C$ (resp. $\mathcal{I} \Vdash R \sqsubseteq E$), si $B^{\mathcal{I}} \subseteq C^{\mathcal{I}}$ (resp. $R^{\mathcal{I}} \subseteq E^{\mathcal{I}}$).

---

(2) Une version préliminaire de ce travail a été financée par un projet sur le patrimoine culturel immatériel de l'Asie du Sud-Est.

Une interprétation $\mathcal{I}$ satisfait une assertion $A(a)$ (resp. $P(a,b)$), noté $\mathcal{I} \Vdash A(a)$ (resp. $\mathcal{I} \Vdash P(a,b)$), si $a^{\mathcal{I}} \in A^{\mathcal{I}}$ (resp. $(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \in P^{\mathcal{I}}$).

Une base de connaissances DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ est une paire $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$, où $\mathcal{T}$ est un ensemble fini d'axiomes d'inclusion, appelé TBox, et $\mathcal{A}$ est un ensemble fini d'assertions, appelé ABox.

Une interprétation $\mathcal{I}$ est un modèle d'une TBox $\mathcal{T}$ (resp. ABox $\mathcal{A}$), noté $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{T}$ (resp. $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}$), si $\mathcal{I} \Vdash \varphi$ pour tout φ dans $\mathcal{T}$ (resp. dans $\mathcal{A}$). Une interprétation $\mathcal{I}$ est un modèle de $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ si $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{T}$ et $\mathcal{I} \Vdash \mathcal{A}$.

Une TBox $\mathcal{T}$ est incohérente s'il y a un nom de concept $A \in \mathsf{N_C}$, tel que dans chaque modèle $\mathcal{I}$ de $\mathcal{T}$, l'ensemble $A^{\mathcal{I}} = \emptyset$. Dans le cas contraire, la base TBox est cohérente.[(3)] Dans la suite de cet article, nous supposons que la TBox est cohérente.

Une base de connaissances (KB) $\mathcal{K}$ est dite consistante si elle admet au moins un modèle. Dans le cas contraire, elle est dite inconsistante.

Le problème de la gestion des bases inconsistantes se pose dès lors que l'on fusionne des avis de différents experts sur un problème donné. Par exemple, considérons un problème d'interrogation d'ontologies représentant des types de musiques traditionnelles de l'Asie du Sud-Est. Des experts en musique annotent sémantiquement des morceaux de musique, selon l'ontologie (la TBox) pour représenter les aspects culturels qui sont véhiculés à travers les instruments utilisés, les éléments vocaux, etc. Les experts peuvent affecter des degrés de confiance à leurs annotations pour refléter différents degrés de fiabilité de l'information. Cela revient à définir une relation de priorité, à savoir un pré-ordre total, sur les assertions. Cependant, différents experts peuvent ne pas partager la même signification des échelles de confiance. Cela peut s'exprimer en appliquant un pré-ordre partiel à la base ABox. Des conflits peuvent émerger lorsqu'un même morceau de musique est annoté différemment par plusieurs experts. Cela souligne l'importance de gérer l'inconsistance efficacement afin de pouvoir obtenir des réponses pertinentes aux requêtes.

Un conflit assertionnel dans une base de connaissances est un sous-ensemble minimal (pour l'inclusion ensembliste) de la base ABox qui est inconsistant par rapport à la base TBox (supposée cohérente). Formellement :

Définition 2.2. — *Soit $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ une base de connaissances DL-Lite$_{\mathcal{R}}$. Une sous-base $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{A}$ est un conflit assertionnel dans $\mathcal{K}$ si :*

- *$\langle \mathcal{T}, \mathcal{C} \rangle$ est inconsistant, et*
- *Pour tout $\varphi \in \mathcal{C}$, $\langle \mathcal{T}, \mathcal{C} \setminus \{\varphi\} \rangle$ est consistant.*

Une base de connaissances est inconsistante lorsque la base ABox contient au moins un conflit assertionnel. Un résultat important concernant les bases de connaissances

(3) Tout au long de cet article, nous employons les termes de consistance et de cohérence comme des anglicismes. L'usage en français est de désigner la notion de *consistency* comme étant la cohérence, et la notion de *coherence* comme étant la satisfiabilité des assertions avec les axiomes.

spécifiées dans les fragments DL-Lite est que le calcul de l'ensemble des conflits assertionnels se fait en un temps polynomial par rapport à la taille de la base ABox [20]. De plus, si l'on suppose qu'il n'y a pas de singleton dans la base ABox qui soit insatisfiable avec la TBox, tous les conflits sont de cardinalité deux [20]. Dans un conflit binaire, les deux assertions qui le composent violent un axiome négatif.

Exemple 2.3. — Soit $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ une KB DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ construite à partir du vocabulaire introduit dans l'Exemple 2.1. La TBox est donnée par :

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{llllll} 1.\ \mathsf{Urbain} & \sqsubseteq & \neg\mathsf{Rural} & 2.\ \mathsf{Rituel} & \sqsubseteq & \neg\mathsf{Vocal} \\ 3.\ \exists\mathsf{a\_Inst} & \sqsubseteq & \mathsf{Rituel} & 4.\ \exists\mathsf{a\_Inst}^{-} & \sqsubseteq & \mathsf{Gong} \end{array} \right\}$$

L'axiome 1 (resp. 2) indique que l'ensemble des musiques de type urbain (resp. rituel) et l'ensemble des musiques de type rural (resp. vocal) sont disjoints. L'axiome 3 énonce que tout élément qui utilise un instrument est une musique de type rituel. L'axiome 4 spécifie que l'instrument utilisé dans un morceau de musique est de type gong. Les axiomes 1 et 2 sont des axiomes négatifs d'inclusion sur des concepts.

Soit une ABox non-ordonnée (les assertions ne sont pas pondérées), où p_1, p_2, p_3 sont des morceaux de musique et « o » est un instrument gong :

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{array}{l} \mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Rituel}(p_2), \\ \mathsf{Vocal}(p_2), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{a\_Inst}(p_2, o), \mathsf{Gong}(o) \end{array} \right\}$$

La base $\mathcal{K}$ contient trois conflits assertionnels :

- $\{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_1)\}$, qui contredit l'axiome 1.
- $\{\mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Vocal}(p_2)\}$, qui contredit l'axiome 2.
- $\{\mathsf{a\_Inst}(p_2, o), \mathsf{Vocal}(p_2)\}$, qui contredit les axiomes 2 et 3.

La base $\mathcal{A}$ et les conflits assertionnels sont représentés par la Figure 2.1.

$\varphi_1 = \mathsf{Rural}(p_1)$	$\varphi_2 = \mathsf{Urbain}(p_1)$
$\varphi_3 = \mathsf{Vocal}(p_1)$	$\varphi_4 = \mathsf{Rituel}(p_2)$
$\varphi_5 = \mathsf{Vocal}(p_2)$	$\varphi_6 = \mathsf{Urbain}(p_3)$
$\varphi_7 = \mathsf{a\_Inst}(p_2, o)$	$\varphi_8 = \mathsf{Gong}(o)$

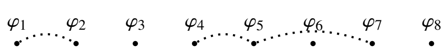


FIGURE 2.1 – La base $\mathcal{A}$ et les conflits en pointillés (Exemple 2.3).

En présence de conflits assertionnels dans une base de connaissances, la tâche d'interrogation des données devient dénuée de sens car tout peut être inféré à partir de faits contradictoires. Pour palier ce problème, il est très largement admis dans la littérature de réparer la base ABox de manière minimale afin de restaurer sa consistance (par exemple, [2, 6, 9, 12, 20, 27, 38]).

En s'inspirant des travaux sur les bases de données, une réparation maximale est définie comme un sous-ensemble maximal (pour l'inclusion ensembliste) de la base ABox qui est satisfiable avec la TBox (supposée cohérente). Formellement :

DÉFINITION 2.4. — *Soit $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ une base de connaissances DL-Lite$_{\mathcal{R}}$. Une sous-base $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A}$ est une réparation maximale de $\mathcal{A}$ si :*

- *$\langle \mathcal{T}, \mathcal{R} \rangle$ est consistant, et*
- *Pour tout $\mathcal{R}' \subseteq \mathcal{A}, \mathcal{R} \subsetneq \mathcal{R}'$, $\langle \mathcal{T}, \mathcal{R}' \rangle$ est inconsistant.*

La sémantique tolérante à l'inconsistance IAR (*Intersection of ABox Repair*) [27] interroge une base de connaissances inconsistante $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ en posant des requêtes sur l'intersection de toutes les réparations de $\mathcal{A}$, notée $\mathsf{IAR}(\mathcal{A})$.

Exemple 2.5. — La base $\mathcal{A}$ admet les quatre réparations maximales suivantes :

- $\mathcal{R}_1 = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{a\_Inst}(p_2, o), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Gong}(o)\}$.
- $\mathcal{R}_2 = \{\mathsf{Urbain}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{a\_Inst}(p_2, o), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Gong}(o)\}$.
- $\mathcal{R}_3 = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_2), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Gong}(o)\}$.
- $\mathcal{R}_4 = \{\mathsf{Urbain}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_2), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Gong}(o)\}$.

L'intersection de ces réparations produit l'ensemble :

$$\mathsf{IAR}(\mathcal{A}) = \{\mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Gong}(o)\}.$$

Une adaptation de la famille de logiques DL-Lite au cadre possibiliste a été proposée dans [8]. Nous en rappelons les principes de base dans la prochaine section.

3. Bases de Connaissances DL-Lite Possibilistes

Les logiques des descriptions possibilistes [21,25] sont des extensions des logiques des descriptions standard basées sur la théorie des possibilités, qui permettent de raisonner avec des données incertaines et inconsistantes. Des extensions possibilistes ont été proposées pour les fragments légers DL-Lite [8] . L'idée principale consiste à affecter des degrés de priorité (ou des poids) aux axiomes et aux assertions pour exprimer leur degré de certitude relative dans une base de connaissances inconsistante. Le degré d'inconsistance d'une base de connaissances peut alors être calculé à partir de ces poids, ce qui permet d'effectuer une inférence possibiliste.

Dans cette section, nous considérons une base de connaissances DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ possibiliste finie, $\mathcal{WK} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{WA} \rangle$, appelée KB pondérée. Nous supposons d'une part que les axiomes de $\mathcal{T}$ sont complètement certains. D'autre part, nous supposons que les assertions pondérée de $\mathcal{WA}$ sont munies de degrés de priorité, qui prennent leurs valeurs dans l'intervalle unitaire $]0, 1]$, comme suit :

$$\mathcal{WA} = \{(\varphi, \alpha) \mid \varphi \text{ est une assertion DL-Lite}_{\mathcal{R}} \text{ et } \alpha \in]0, 1]\}.$$

Nous faisons l'hypothèse que pour chaque assertion φ, un seul degré de priorité α lui est affecté.

Les assertions de $\mathcal{WA}$ ayant un degré de priorité $(\alpha = 1)$ sont considérées complètement certaines et ne sont pas discutables, alors que les assertions avec un degré de priorité $\alpha \in]0, 1[$ sont incertaines. Les assertions avec les degrés de priorité les plus élevés sont plus certaines que celles avec des degrés de priorité plus bas. Nous ignorons les assertions complètement incertaines, donc celles ayant un degré $(\alpha = 0)$.

Par ailleurs, nous supposons que $\mathcal{T}$ est cohérente et n'évolue pas. Cependant, les assertions pondérées de $\mathcal{WA}$ peuvent être discutables. Cela signifie qu'il peut y avoir des conflits parmi les assertions de $\mathcal{WA}$, les rendant insatisfiables avec les axiomes de $\mathcal{T}$. Dans ce cas, la KB pondérée $\mathcal{WK}$ est inconsistante.

Un conflit assertionnel dans une base de connaissances pondérée est obtenu par une simple réécriture de la Définition 2.2, afin de prendre en compte les couples composés d'une assertion et du poids qui lui est attaché. Nous notons l'ensemble de tous les conflits assertionnels de $\mathcal{WA}$ par $\mathsf{Cf}(\mathcal{WA})$. Un conflit est alors une paire :

$$C_{ij} = \{(\varphi_i, \alpha_i), (\varphi_j, \alpha_j)\},$$

où (φ_i, α_i) et (φ_j, α_j) sont des éléments de $\mathcal{WA}$.

Exemple 3.1. — Nous continuons l'Exemple 2.3 et attachons des poids aux assertions de $\mathcal{A}$. La TBox reste inchangée. Soit $\mathcal{WK} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{WA} \rangle$ la KB pondérée correspondante, tel que $\mathcal{WA}$ et $\mathsf{Cf}(\mathcal{WA})$ sont donnés par la Figure 3.1.

Les axiomes
Urbain $\sqsubseteq$ ¬Rural
Rituel $\sqsubseteq$ ¬Vocal
∃a_Inst $\sqsubseteq$ Rituel
∃a_Inst⁻ $\sqsubseteq$ Gong

Assertions	Poids
φ_1 = Rural(p_1)	0,9
φ_2 = Urbain(p_1)	0,4
φ_3 = Vocal(p_1)	0,8
φ_4 = Rituel(p_2)	0,6
φ_5 = Vocal(p_2)	0,2
φ_6 = Urbain(p_3)	0,7
φ_7 = a_Inst(p_2, o)	0,3
φ_8 = Gong(o)	0,5

FIGURE 3.1 – Les bases $\mathcal{T}$ et $\mathcal{WA}$ et les conflits en pointillés (Exemple 3.1). La flèche indique la préférence stricte.

Dans une base de connaissances pondérée, le degré d'inconsistance est une mesure définie comme le degré de priorité le plus élevé où l'inconsistance est rencontrée dans la base ABox. En d'autres termes, c'est un seuil de degré de priorité au-dessus duquel les assertions les plus prioritaires ne sont pas conflictuelles. Formellement :

DÉFINITION 3.2. — *Soit $\mathcal{WK} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{WA} \rangle$ une KB pondérée. Considérons un poids $\beta \in]0, 1]$.*

- *Soit $\mathcal{WA}^* = \{\varphi \mid (\varphi, \alpha) \in \mathcal{WA}\}$ l'ensemble des assertions de $\mathcal{WA}$ sans les poids.*
- *Soit $\mathcal{WA}^{\geqslant\beta} = \{\varphi \mid (\varphi, \alpha) \in \mathcal{WA}, \alpha \geqslant \beta\}$ la β-coupe de la base pondérée $\mathcal{WA}$.*
- *Soit $\mathcal{WA}^{>\beta} = \{\varphi \mid (\varphi, \alpha) \in \mathcal{WA}, \alpha > \beta\}$ la β-coupe stricte de la base pondérée $\mathcal{WA}$.*

Le degré d'inconsistance de $\mathcal{WA}$, noté $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA})$, est défini par :

$$\mathsf{Inc}(\mathcal{WA}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \langle \mathcal{T}, \mathcal{WA}^* \rangle \text{ est consistant,} \\ \beta & \text{si } \langle \mathcal{T}, \mathcal{WA}^{\geqslant\beta} \rangle \text{ est inconsistant et } \langle \mathcal{T}, \mathcal{WA}^{>\beta} \rangle \text{ est consistant.} \end{cases}$$

Nous illustrons cette notion sur notre exemple :

Exemple 3.3. — En s'aidant de la Figure 3.1 et de la représentation des conflits, il est aisé de calculer que $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA}) = 0{,}4$. En effet :

- $\mathcal{WA}^{>0,4} = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Gong}(o), \mathsf{Urbain}(p_3)\}$ est satisfiable avec $\mathcal{T}$.
- $\mathcal{WA}^{\geqslant 0,4} = \mathcal{WA}^{>0,4} \cup \{\mathsf{Urbain}(p_1)\}$ est insatisfiable avec $\mathcal{T}$, en raison du conflit $\{(\mathsf{Rural}(p_1), 0{,}9), (\mathsf{Urbain}(p_1), 0{,}4)\}$.

Le degré d'inconsistance est un moyen de restaurer la consistance d'une ABox inconsistante. En effet, seules les assertions ayant un degré de certitude strictement supérieur au degré d'inconsistance sont incluses dans la réparation possibiliste. Par ailleurs, cette méthode a l'avantage d'être efficace. En effet, pour une ABox pondérée $\mathcal{WA}$, le degré d'inconsistance $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA})$ peut être calculé efficacement, en utilisant $\log_2(n)$ (où n est le nombre de poids différents dans $\mathcal{WA}$) vérifications de consistance d'une ABox classique (sans les poids).

La réparation possibiliste [(4)] d'une base inconsistante pondérée, appelée π-réparation, est définie formellement comme suit :

Définition 3.4. — *Soit* $\mathcal{WK} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{WA} \rangle$ *une KB pondérée et* $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA})$ *le degré d'inconsistance associé. La π-réparation de $\mathcal{WA}$, notée $\pi(\mathcal{WA})$, est définie par :*

$$\pi(\mathcal{WA}) = \{\varphi \mid (\varphi, \alpha) \in \mathcal{WA} \text{ et } \alpha > \mathsf{Inc}(\mathcal{WA})\}.$$

La π-réparation $\pi(\mathcal{WA})$ contient toutes les assertions de $\mathcal{WA}$ dont le degré de priorité est strictement supérieur à $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA})$. Notons que les degrés de priorité sont omis dans les assertions de $\pi(\mathcal{WA})$. Donc par la Définition 3.2, $\pi(\mathcal{WA})$ est satisfiable avec $\mathcal{T}$. D'autre part, lorsque $\mathcal{WK}$ est consistante (c'est-à-dire, $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA}) = 0$), alors $\pi(\mathcal{WA})$ revient à la base assertionnelle non-pondérée $\mathcal{WA}^*$.

Exemple 3.5. — La π-réparation de $\mathcal{WA}$ de l'Exemple 3.1 est :

$$\pi(\mathcal{WA}) = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Gong}(o), \mathsf{Urbain}(p_3)\}.$$

Dans les bases ABox pondérées que nous avons considérées jusqu'à présent, les poids attachés aux assertions permettent d'induire un pré-ordre total sur les assertions. Dans la section suivantes, nous étendons les résultats au cas où les assertions sont partiellement pré-ordonnées.

4. Bases de Connaissances Partiellement Pré-Ordonnées

Dans de nombreuses applications, les données d'une ontologie sont obtenues de plusieurs sources d'information qui ne partagent pas les mêmes échelles d'évaluation de l'incertitude. Ainsi, il devient difficile de trancher sur la fiabilité des assertions,

[(4)] Dans la littérature, une réparation est souvent définie comme un sous-ensemble d'assertions maximal consistant. Ici, nous utilisons le terme réparation pour désigner un sous-ensemble d'assertions consistant.

et donc de comparer leurs degrés de certitude. Par exemple, pour deux assertions φ_1 et φ_2, une source d'information peut estimer que φ_1 est plus certaine que φ_2, tandis qu'une autre source estime le contraire.

Les relations d'ordre partiel permettent de capturer l'incomparabilité. De ce fait, nous proposons dans cette section un cadre formel pour étendre la logique DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ possibiliste à l'ordre partiel sur les assertions. Quant aux axiomes, nous supposons toujours qu'ils sont complètement certains puisqu'ils représentent des connaissances validées par des experts du domaine d'intérêt. Plus précisément, nous supposons que des poids symboliques sont affectés aux assertions et qu'ils sont ordonnés selon un ordre partiel strict (relation binaire irréflexive et transitive). Nous autorisons le cas où le même poids est affecté à plusieurs assertions différentes, donc les assertions sont partiellement pré-ordonnées.

Formellement, soit un ensemble non-vide de poids symboliques $\mathsf{U} = \{u_1, \ldots, u_n, \mathbb{1}\}$, où le poids $\mathbb{1}$ représente la certitude complète, donc le poids $\mathbb{1}$ est strictement préféré à tout autre élément de U. Intuitivement, les éléments de U représentent les degrés de priorité attachés aux assertions.

Soit $\rhd$ un ordre partiel strict défini sur U, tel que pour deux poids $u_i, u_j \in \mathsf{U}$, avec $(u_i \neq u_j)$, $(u_i \rhd u_j)$ indique que u_i est strictement préféré à u_j. Ainsi, $(\mathbb{1} \rhd u_i)$ pour tout poids $u_i \in \mathsf{U} \setminus \{\mathbb{1}\}$. Par ailleurs, le symbole « $\bowtie$ » représente la notion d'incomparabilité entre paires de poids, dans le sens où aucun des deux poids n'est strictement préféré à l'autre. Donc, pour $u_i, u_j \in \mathsf{U}$, $(u_i \bowtie u_j)$ revient à dire que $(u_i \not\rhd u_j)$ et $(u_j \not\rhd u_i)$.

Une KB DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ partiellement pré-ordonnée est un triplet $\mathcal{K}_{\rhd} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A}_{\rhd}, \mathbb{L} \rangle$, où :

- $\mathcal{T}$ est une TBox cohérente, complètement certaine et qui n'évolue pas.
- $\mathcal{A}_{\rhd} = \{(\varphi_i, u_i) \mid \varphi_i$ est une assertion DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ et $u_i \in \mathsf{U}\}$. Nous faisons l'hypothèse que pour chaque assertion φ_i, un seul poids u_i lui est affecté.
- $\mathbb{L} = (\mathsf{U}, \rhd)$ est une échelle d'incertitude partiellement ordonnée.

Etant données deux assertions (φ_i, u_i) et (φ_j, u_j) de $\mathcal{A}_{\rhd}$, avec $(\varphi_i \neq \varphi_j)$, nous n'interdisons pas le cas où $(u_i = u_j)$. Dans toute la suite, nous écrivons, par abus de notation, $(\varphi_i \rhd \varphi_j)$ lorsque $(u_i \rhd u_j)$, $(\varphi_i \bowtie \varphi_j)$ lorsque $(u_i \bowtie u_j)$, et $(\varphi_i \not\rhd \varphi_j)$ lorsque $(u_i \not\rhd u_j)$.

Une ABox partiellement pré-ordonnée peut être remplacée par l'ensemble des bases ABox compatibles, à savoir celles qui préservent l'ordre de préférence strict entre les assertions, dans l'esprit des résultats établis en logique propositionelle [11].

Définition 4.1. — *Soit $\mathcal{K}_{\rhd} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A}_{\rhd}, \mathbb{L} \rangle$ une KB DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ partiellement pré-ordonnée. Soit $\mathcal{WK} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{WA} \rangle$ une KB pondérée, obtenue de $\mathcal{K}_{\rhd}$ en remplaçant chaque élément $u \in \mathsf{U}$ par un seul nombre réel $\alpha \in]0, 1]$, de sorte que :*

$$\mathcal{WA} = \{(\varphi_i, \alpha_i) \mid (\varphi_i, u_i) \in \mathcal{A}_{\rhd} \text{ et } \alpha_i \in]0, 1]\}.$$

La base $\mathcal{WA}$ est compatible avec $\mathcal{A}_{\rhd}$ si pour tout $(\varphi_i, \alpha_i) \in \mathcal{WA}$, pour tout $(\varphi_j, \alpha_j) \in \mathcal{WA}$, si $(\varphi_i \rhd \varphi_j)$, alors $(\alpha_i > \alpha_j)$.

Nous illustrons cette notion sur notre exemple.

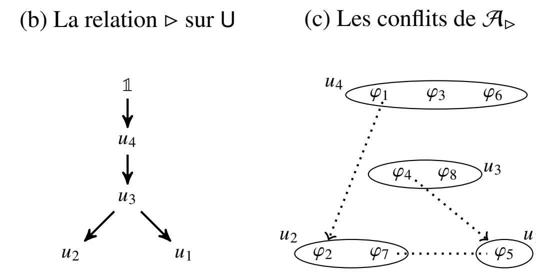
Exemple 4.2. — Soit $\mathbb{L} = (\mathsf{U}, \rhd)$ une échelle d'incertitude définie sur l'ensemble $\mathsf{U} = \{u_1, u_2, u_3, u_4, \mathbb{1}\}$, où : $(u_4 \rhd u_3 \rhd u_2)$ et $(u_4 \rhd u_3 \rhd u_1)$ et $(u_2 \bowtie u_1)$.

Soit $\mathcal{K}_\rhd = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A}_\rhd, \mathbb{L} \rangle$ une KB partiellement pré-ordonnée, obtenue à partir de la KB introduite dans l'Exemple 2.3, en gardant $\mathcal{T}$ inchangée et en affectant des poids symboliques aux assertions. La base $\mathcal{A}_\rhd$ est donnée par la Figure 4.1.

Soit $\{0{,}2, 0{,}4, 0{,}6, 0{,}8\}$ un ensemble de poids réels. Les bases $\mathcal{WA}_1, \mathcal{WA}_2$ et $\mathcal{WA}_3$ sont compatibles avec $\mathcal{A}_\rhd$ et sont représentées par la Figure 4.1. Concernant $\mathcal{WA}_3$, toute combinaison de trois poids pris dans l'ensemble $\{0{,}2, 0{,}4, 0{,}6, 0{,}8\}$ et qui préserve l'ordre entre les assertions peut être utilisée.

(a) La base $\mathcal{A}_\rhd$

Assertions	Poids
$\varphi_1 = \mathsf{Rural}(p_1)$	u_4
$\varphi_3 = \mathsf{Vocal}(p_1)$	u_4
$\varphi_6 = \mathsf{Urbain}(p_3)$	u_4
$\varphi_4 = \mathsf{Rituel}(p_2)$	u_3
$\varphi_8 = \mathsf{Gong}(o)$	u_3
$\varphi_7 = \mathsf{a\_Inst}(p_2, o)$	u_2
$\varphi_2 = \mathsf{Urbain}(p_1)$	u_2
$\varphi_5 = \mathsf{Vocal}(p_2)$	u_1



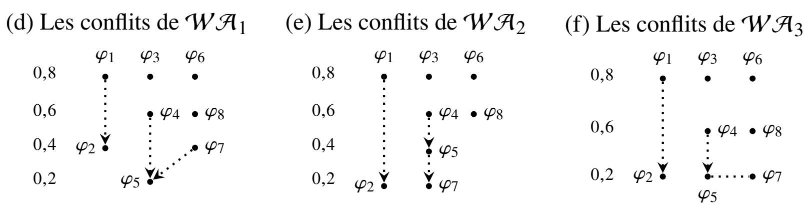


FIGURE 4.1 – La base $\mathcal{A}_\rhd$ et ses bases compatibles $\mathcal{WA}_1$, $\mathcal{WA}_2$ et $\mathcal{WA}_3$. Les conflits sont représentés en pointillés. La préférence stricte est indiquée par des flèches.

Notons qu'il peut y avoir une infinité de bases compatibles avec une ABox partiellement pré-ordonnée. Cependant, la valeur des poids importe peu. Nous nous intéressons uniquement à l'ordre de priorité entre les assertions de la base ABox initiale. Ceci est capturé par le lemme suivant [5].

LEMME 4.3. — *Soit $\mathcal{WA}_1$ une ABox pondérée. Soit $\mathsf{S} = \{\alpha \mid (\varphi, \alpha) \in \mathcal{WA}_1\}$ l'ensemble des poids attachés aux assertions de $\mathcal{WA}_1$. Soit une fonction d'affectation $\omega : \mathsf{S} \longrightarrow]0,1]$ telle que :*

$$\text{Pour tout } \alpha_1 \in \mathsf{S}, \text{ pour tout } \alpha_2 \in \mathsf{S}, \; \alpha_1 \geqslant \alpha_2 \text{ ssi } \omega(\alpha_1) \geqslant \omega(\alpha_2).$$

Soit $\mathcal{WA}_2 = \{(\varphi, \omega(\alpha)) \mid (\varphi, \alpha) \in \mathcal{WA}_1\}$ une ABox pondérée, obtenue en appliquant la fonction ω aux poids des assertions de $\mathcal{WA}_1$. Alors :

$$\pi(\mathcal{WA}_1) = \pi(\mathcal{WA}_2).$$

Dans le Lemme 4.3, la ABox $\mathcal{WA}_2$ est différente de la ABox $\mathcal{WA}_1$. Pourtant, elle préserve l'ordre sur les assertions, et dans ce cas, les deux bases pondérées ont la même réparation. Ceci est démontré dans [5].

Le calcul de la réparation partiellement pré-ordonnée consiste alors à : (i) déterminer les bases compatibles qui préservent l'ordre de priorité entre les assertions, (ii) calculer la π-réparation associée à chaque ABox compatible, et enfin calculer l'intersection de toutes les π-réparations.

DÉFINITION 4.4. — *Soit $\mathcal{K}_\triangleright = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A}_\triangleright, \mathbb{L} \rangle$ une KB DL-Lite$_\mathcal{R}$ partiellement pré-ordonnée. Soit $\mathcal{F}(\mathcal{A}_\triangleright) = \{\pi(\mathcal{WA}) \mid \mathcal{WA}$ est compatible avec $\mathcal{A}_\triangleright\}$ l'ensemble des π-réparations associées à toutes les bases compatibles de $\mathcal{A}_\triangleright$ (données par la Définition 3.4). La réparation partiellement pré-ordonnée de $\mathcal{A}_\triangleright$, notée $\pi(\mathcal{A}_\triangleright)$, est donnée par :*

$$\pi(\mathcal{A}_\triangleright) = \bigcap \{\pi(\mathcal{WA}) \mid \pi(\mathcal{WA}) \in \mathcal{F}(\mathcal{A}_\triangleright)\}.$$

Formulé autrement, cela donne :

$\pi(\mathcal{A}_\triangleright) = \{\varphi_i \mid (\varphi_i, u_i) \in \mathcal{A}_\triangleright$ t.q. pour toute base $\mathcal{WA}$ compatible avec $\mathcal{A}_\triangleright$, $\varphi_i \in \pi(\mathcal{WA})\}$.

Les poids symboliques sont omis dans la réparation partiellement pré-ordonnée $\pi(\mathcal{A}_\triangleright)$, de la même façon que pour la π-réparation $\pi(\mathcal{WA})$.

Grâce au Lemme 4.3, l'ensemble $\mathcal{F}(\mathcal{A}_\triangleright)$ peut être vu comme un ensemble fini, même s'il y a une infinité de bases compatibles avec $\mathcal{A}_\triangleright$.

Nous illustrons ces notions sur notre exemple.

Exemple 4.5. — Grâce au Lemme 4.3, afin de calculer la réparation $\pi(\mathcal{A}_\triangleright)$, il suffit de considérer uniquement les trois bases $\mathcal{WA}_1$, $\mathcal{WA}_2$ et $\mathcal{WA}_3$ de l'Exemple 4.2, représentées par la Figure 4.1, comme les bases compatibles de $\mathcal{A}_\triangleright$. Le degré d'inconsistance de chacune des bases est :

- $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA}_1) = 0{,}4$.
- $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA}_2) = 0{,}4$.
- $\mathsf{Inc}(\mathcal{WA}_3) = 0{,}2$.

Les π-réparations qui leur sont associées sont données par :

- $\pi(\mathcal{WA}_1) = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Gong}(o)\}$.
- $\pi(\mathcal{WA}_2) = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Gong}(o)\}$.
- $\pi(\mathcal{WA}_3) = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Gong}(o)\}$.

La réparation partiellement pré-ordonnée est alors :

$$\begin{aligned}\pi(\mathcal{A}_\triangleright) &= \bigcap_{i=1\ldots3} \pi(\mathcal{WA}_i) \\ &= \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Gong}(o)\}.\end{aligned}$$

Dans la prochaine section, nous présentons un algorithme équivalent pour calculer la réparation $\pi(\mathcal{A}_\triangleright)$, sans avoir à exhiber toutes les bases compatibles.

5. Caractérisation de la réparation partiellement pré-ordonnée

Il est clairement peu souhaitable d'énumérer toutes les bases compatibles d'une ABox partiellement pré-ordonnée, même si l'on se limite uniquement aux bases compatibles ayant un ordre de priorité différent sur les assertions. Une caractérisation équivalente a été proposée [5] pour la réparation possibiliste partielle proposée dans la Définition 4.4. Cette caractérisation repose sur la notion d'assertion π-acceptée, c'est-à-dire une assertion strictement préférée à au moins une assertion de chaque conflit. Nous rappelons que tous les conflits sont binaires si l'on suppose qu'il n'y a aucun conflit composé d'une seule assertion.

Définition 5.1. — *Soit $\mathcal{K}_{\rhd} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A}_{\rhd}, \mathbb{L} \rangle$ une KB DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ partiellement pré-ordonnée. Soit $\mathsf{Cf}(\mathcal{A}_{\rhd})$ l'ensemble des conflits de $\mathcal{A}_{\rhd}$. Une assertion $(\varphi_i, u_i) \in \mathcal{A}_{\rhd}$ est π-acceptée si :*

$$\textit{Pour tout } C \in \mathsf{Cf}(\mathcal{A}_{\rhd}), \textit{ il y a } (\varphi_j, u_j) \in C, \varphi_i \neq \varphi_j, \textit{ t.q. } \varphi_i \rhd \varphi_j.$$

L'ensemble des conflits assertionnels $\mathsf{Cf}(\mathcal{A}_{\rhd})$ est obtenu par la Définition 2.2 où la KB pondérée $\mathcal{WK}$ et la ABox pondérée $\mathcal{WA}$ sont remplacées respectivement par la KB partiellement pré-ordonnée $\mathcal{K}_{\rhd}$ et la base ABox partiellement pré-ordonnée $\mathcal{A}_{\rhd}$.

Nous proposons l'algorithme « Calcul-π-Accept » qui met en œuvre la Définition 5.1 afin de calculer les assertions π-acceptées d'une ABox partiellement pré-ordonnée.

Algorithme : Calcul-π-Accept

Entrées : une TBox $\mathcal{T}$, une ABox partiellement pré-ordonnée $\mathcal{A}_{\rhd}$.
Sortie : un ensemble d'assertions π-acceptées (pondérées).

1 Calculer l'ensemble des conflits $\mathsf{Cf}(\mathcal{A}_{\rhd})$;
2 Rejet $\leftarrow \emptyset$;
3 **pour chaque** $(\varphi_i, u_i) \in \mathcal{A}_{\rhd}$ **faire**
4   **pour chaque** $\{(\varphi_j, u_j), (\varphi_k, u_k)\} \in \mathsf{Cf}(\mathcal{A}_{\rhd})$ **faire**
5   **si** $[(\varphi_i \neq \varphi_j)$ **et** $(\varphi_i \neq \varphi_k)]$ **alors**
6   **si** $[(u_i \not\rhd u_j)$ **et** $(u_i \not\rhd u_k)]$ **alors**
7   Rejet $\leftarrow$ Rejet $\cup \{(\varphi_i, u_i)\}$;
8   **break** ; `/* revenir à l'étape 3 */`
9   **sinon**
10   **si** $[(\varphi_i = \varphi_j)$ **et** $(u_i \not\rhd u_k)]$ **ou** $[(\varphi_i = \varphi_k)$ **et** $(u_i \not\rhd u_j)]$ **alors**
11   Rejet $\leftarrow$ Rejet $\cup \{(\varphi_i, u_i)\}$;
12   **break** ; `/* revenir à l'étape 3 */`
13 **retourner** $(\mathcal{A}_{\rhd} \setminus$ Rejet$)$ `/* l'ensemble des assertions π-acceptées */`

Nous illustrons ces notions sur notre exemple.

Exemple 5.2. — Soit la base $\mathcal{A}_{\rhd}$ de l'Exemple 4.2 et représentée par la Figure 4.1. En s'aidant de la figure, il est aisé de vérifier que les assertions $(\mathsf{Rural}(p_1), u_4)$,

$(\mathsf{Vocal}(p_1), u_4)$, $(\mathsf{Urbain}(p_3), u_4)$, $(\mathsf{Rituel}(p_2), u_3)$ et $(\mathsf{Gong}(o), u_3)$ sont strictement préférées à au moins une assertion de chaque conflit. Donc ces cinq assertions sont toutes π-acceptées. Ainsi :

$$\pi(\mathcal{A}_{\rhd}) = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Gong}(o)\}.$$

Il s'agit du même résultat obtenu dans l'Exemple 4.5 en considérant les bases compatibles de $\mathcal{A}_{\rhd}$.

Un résultat important est que l'ensemble des assertions π-acceptées correspond exactement à la réparation d'une ABox partiellement pré-ordonnée $\mathcal{A}_{\rhd}$ [5].

Proposition 5.3. — *Une assertion* $(\varphi_i, u_i) \in \mathcal{A}_{\rhd}$ *est* π*-acceptée ssi* $\varphi_i \in \pi(\mathcal{A}_{\rhd})$.

Exemple 5.4. — Les Exemples 4.5 et 5.2 permettent de constater que l'ensemble des assertions π-acceptées correspond exactement à :

$$\pi(\mathcal{A}_{\rhd}) = \{\mathsf{Rural}(p_1), \mathsf{Vocal}(p_1), \mathsf{Urbain}(p_3), \mathsf{Rituel}(p_2), \mathsf{Gong}(o)\}.$$

Pour une ABox partiellement pré-ordonnée $\mathcal{A}_{\rhd}$, la caractérisation donnée dans la Définition 5.1 permet d'établir que $\pi(\mathcal{A}_{\rhd})$ est consistant avec la TBox, et que le calcul de $\pi(\mathcal{A}_{\rhd})$ se fait en un temps polynomial par rapport à la taille de $\mathcal{A}_{\rhd}$ [5].

En effet, la consistance de la base $\pi(\mathcal{A}_{\rhd})$ est claire, puisqu'elle est obtenue par l'intersection des réparations de toutes les bases compatibles de $\mathcal{A}_{\rhd}$, qui sont elles-mêmes consistantes.

Quant à la complexité calculatoire, rappelons d'abord que le calcul de l'ensemble des conflits se fait en un temps polynomial par rapport à la taille de la base ABox dans les fragments DL-Lite [20]. Selon l'Algorithme Calcul-π-Accept, pour vérifier si une assertion donnée $(\varphi_i, u_i) \in \mathcal{A}_{\rhd}$ est π-acceptée, il est nécessaire de parcourir (dans le pire des cas) tous les conflits de $\mathsf{Cf}(\mathcal{A}_{\rhd})$. Cela se fait en un temps linéaire par rapport au nombre de conflits dans l'ensemble $\mathsf{Cf}(\mathcal{A}_{\rhd})$. À savoir que la taille de l'ensemble $\mathsf{Cf}(\mathcal{A}_{\rhd})$ est à son tour bornée par $O(|\mathcal{A}_{\rhd}|^2)$ puisque les conflits sont binaires.

Par ailleurs, il est aisé de vérifier que lorsque la relation d'ordre partiel strict sur les poids est un ordre total strict, noté $>$, la réparation partielle correspond à la π-réparation standard. En effet, le Lemme 4.3 établit que pour une ABox $\mathcal{A}_{>}$, la π-réparation de chacune des bases compatibles avec $\mathcal{A}_{>}$ est la même que la π-réparation de $\mathcal{A}_{>}$, notée $\pi(\mathcal{A}_{>})$ (donnée par la Définition 3.4). De ce fait, l'intersection des π-réparations des bases compatibles de $\mathcal{A}_{>}$ est égale à $\pi(\mathcal{A}_{>})$, et donc égale à la réparation partielle de $\mathcal{A}_{>}$ (donnée par la Définition 4.4).

En conclusion, l'interrogation une KB inconsistante partiellement pré-ordonnée revient à remplacer la base ABox initiale $\mathcal{A}_{\rhd}$ par sa réparation $\pi(\mathcal{A}_{\rhd})$. En effet, cette réparation est satisfiable avec la TBox, et peut être calculée efficacement. De plus, lorsque la relation de préférence est un ordre total, cette méthode revient à calculer une réparation possibiliste standard.

6. Conclusion

Cet article s'intéresse au problème de la gestion de l'inconsistance dans des ontologies formelles partiellement pré-ordonnées, spécifiées en logique DL-Lite$_{\mathcal{R}}$ dans un cadre possibiliste. Une méthode efficace a été proposée pour calculer une seule réparation pour une ABox partiellement pré-ordonnée. La première étape consiste à interpréter cette dernière comme une famille de bases ABox pondérées compatibles. Ensuite, il s'agit de calculer la réparation possibiliste de chacune des bases compatibles. Enfin, l'intersection de toutes ces réparations possibilistes produit une seule réparation pour la base ABox initiale.

L'efficacité de cette méthode est établie grâce à une caractérisation équivalente basée sur la notion d'assertion π-acceptée. En fait, la réparation possibiliste partiellement pré-ordonnée correspond exactement à l'ensemble des assertions π-acceptées, et ce dernier s'obtient en un temps polynomial par rapport à la taille de la base ABox initiale exprimée en DL-Lite$_{\mathcal{R}}$.

Parmi les pistes à explorer dans le futur, il y a l'augmentation de la productivité de la réparation possibiliste d'une ABox partiellement pré-ordonnée, en considérant la fermeture des réparations possibilistes associées aux bases compatibles. Un aspect important consiste à déterminer si le calcul de la réparation fermée possibiliste partielle peut se faire en un temps polynomial en DL-Lite. Un moyen de le démontrer consiste à réduire ce problème à une tâche d'interrogation de type *instance checking*.

Plus généralement, la caractérisation de la méthode décrite dans cet article suppose que l'ensemble des conflits assertionnels est connu à l'avance et calculé en un temps polynomial. Cela est garanti dans les logiques DL-Lite où les conflits sont binaires. Il convient d'investiguer comment cela se traduit dans des logiques des descriptions plus expressives dans lesquelles les conflits peuvent être de taille arbitraire et/ou leur nombre peut être exponentiel. Le point crucial pour garantir un calcul efficace de la réparation possibiliste en présence d'un ordre partiel concerne alors la recherche d'une caractérisation équivalente sans avoir à calculer tous les conflits à l'avance.

Une autre piste consiste à munir les axiomes de la TBox de degrés de nécessité. La question qui se pose concerne le fait de pouvoir ou non ignorer des axiomes de la TBox. Dans le cas où des axiomes peuvent être ignorés, alors les résultats de complexité donnés dans cet article peuvent ne plus être garantis. Dans le cas où des axiomes doivent-être conservés alors il est nécessaire d'adapter la notion d'assertion π-acceptée afin de prendre compte de la fiabilité relative des axiomes. Ces degrés de nécessité peuvent servir de critères supplémentaires pour obtenir un ensemble plus important d'assertions π-acceptées, sans générer de surcoûts calculatoires.

Remerciements

Les auteurs remercient les relecteurs pour leurs commentaires qui ont permis d'améliorer cet article. Ce travail a bénéficié du soutien du projet européen H2020-MSCA-RISE : AniAge (« High Dimensional Heterogeneous Data based Animation

Techniques for Southeast Asian Intangible Cultural Heritage »), et également du projet AAP A2U QUID (« QUeryIng heterogeneous Data »).

Bibliographie

[1] F. Baader, A. Ecke, G. Kern-Isberner & M. Wilhelm, « The Complexity of the Consistency Problem in the Probabilistic Description Logic $\mathcal{ALC}^{\mathsf{ME}}$ », in *12th International Symposium on Frontiers of Combining Systems (FroCoS), London, UK*, 2019, p. 167-184.

[2] J. Baget, S. Benferhat, Z. Bouraoui, M. Croitoru, M. Mugnier, O. Papini, S. Rocher & K. Tabia, « A General Modifier-Based Framework for Inconsistency-Tolerant Query Answering », in *Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR), Cape Town, South Africa*, 2016, p. 513-516.

[3] S. Belabbes & S. Benferhat, « On Dealing with Conflicting, Uncertain and Partially Ordered Ontologies », in *33rd International Florida Artificial Intelligence Research Society Conference, (FLAIRS), North Miami Beach, USA*, AAAI Press, 2020, p. 9-14.

[4] ———, « Ontologies légères inconsistantes partiellement pré-ordonnées en théorie des possibilités », in *Conférence Nationale en Intelligence Artificielle, CNIA 2020, Annual French AI Conference, Angers, France, June 29 - July 1, 2020* (I. Bloch, éd.), AFIA, 2020, p. 6-13.

[5] ———, « Computing a Possibility Theory Repair for Partially Preordered Inconsistent Ontologies », *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* (2021), p. 1-10.

[6] S. Belabbes, S. Benferhat & J. Chomicki, « Elect : An Inconsistency Handling Approach for Partially Preordered Lightweight Ontologies », in *Logic Programming and Nonmonotonic Reasoning (LPNMR), Philadelphia, USA*, 2019, p. 210-223.

[7] ———, « Handling inconsistency in partially preordered ontologies : the Elect method », *Journal of Logic and Computing* **31** (2021), nº 5, p. 1356-1388.

[8] S. Benferhat & Z. Bouraoui, « Min-based possibilistic DL-Lite », *Journal of Logic and Computation* **27** (2017), nº 1, p. 261-297.

[9] S. Benferhat, Z. Bouraoui & K. Tabia, « How to Select One Preferred Assertional-Based Repair from Inconsistent and Prioritized DL-Lite Knowledge Bases ? », in *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), Buenos Aires, Argentina*, 2015, p. 1450-1456.

[10] S. Benferhat, D. Dubois & H. Prade, « How to Infer from Inconsistent Beliefs without Revising ? », in *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, 1995, p. 1449-1457.

[11] S. Benferhat, S. Lagrue & O. Papini, « Reasoning with partially ordered information in a possibilistic logic framework », *Fuzzy Sets and Systems* **144** (2004), nº 1, p. 25-41.

[12] M. Bienvenu & C. Bourgaux, « Inconsistency-Tolerant Querying of Description Logic Knowledge Bases », in *Reasoning Web : Logical Foundation of Knowledge Graph Construction and Query Answering*, vol. 9885, LNCS. Springer, 2016, p. 156-202.

[13] M. Bienvenu, C. Bourgaux & F. F. Goasdoué, « Querying Inconsistent Description Logic Knowledge Bases under Preferred Repair Semantics », in *AAAI*, 2014, p. 996-1002.

[14] M. Bienvenu, C. Bourgaux & F. Goasdoué, « Query-Driven Repairing of Inconsistent DL-Lite Knowledge Bases », in *IJCAI, New York, USA*, 2016, p. 957-964.

[15] ———, « Computing and Explaining Query Answers over Inconsistent DL-Lite Knowledge Bases », *Journal of Artificial Intelligence Research* **64** (2019), p. 563-644.

[16] F. Bobillo & U. Straccia, « Reasoning within Fuzzy OWL 2 EL revisited », *Fuzzy Sets and Systems* **351** (2018), p. 1-40.

[17] S. Borgwardt, İ. İ. Ceylan & T. Lukasiewicz, « Recent Advances in Querying Probabilistic Knowledge Bases », in *27th International Joint Conference on Artificial Intelligence, (IJCAI), Stockholm, Sweden*, 2018, p. 5420-5426.

[18] S. Borgwardt & R. Peñaloza, « Fuzzy Description Logics – A Survey », in *Scalable Uncertainty Management (SUM)*, 2017, p. 31-45.

[19] D. Calvanese, G. De Giacomo, D. Lembo, M. Lenzerini & R. Rosati, « Tractable Reasoning and Efficient Query Answering in Description Logics : The DL-Lite Family », *Journal of Automated Reasoning* **39** (2007), nº 3, p. 385-429.

[20] D. Calvanese, E. Kharlamov, W. Nutt & D. Zheleznyakov, « Evolution of DL-Lite Knowledge Bases », in *International Semantic Web Conference (1)*, 2010, p. 112-128.

[21] D. Dubois, J. Mengin & H. Prade, « Possibilistic uncertainty and fuzzy features in description logic. A preliminary discussion », *Fuzzy Logic and the Semantic Web. Volume 1 of Capturing Intelligence* (2006), p. 101-113.

[22] D. Dubois & H. Prade, « Possibility Theory and Its Applications : Where Do We Stand ? », in *Springer Handbook of Computational Intelligence*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2015, p. 31-60.

[23] D. Dubois, H. Prade & S. Schockaert, « Generalized possibilistic logic : Foundations and applications to qualitative reasoning about uncertainty », *Artificial Intelligence* **252** (2017), p. 139-174.

[24] M. Finger, L. Godo, H. Prade & G. Qi, « Advances in Weighted Logics for Artificial Intelligence », *International Journal of Approximate Reasoning* **88** (2017), p. 385-386.

[25] B. Hollunder, « An Alternative Proof Method for Possibilistic Logic and its Application to Terminological Logics », *International Journal of Approximate Reasoning* **12** (1995), n° 2, p. 85-109.

[26] R. Kontchakov, C. Lutz, D. Toman, F. Wolter & M. Zakharyaschev, « The Combined Approach to Query Answering in DL-Lite », in *12th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR), Toronto, Canada*, 2010, p. 247-257.

[27] D. Lembo, M. Lenzerini, R. Rosati, M. Ruzzi & M. Fabio Savo, « Inconsistency-Tolerant Semantics for Description Logics », in *Web Reasoning and Rule Systems - Fourth International Conference, RR 2010, Bressanone/Brixen, Italy*, 2010, p. 103-117.

[28] T. Lukasiewicz, M. V. Martinez & G. I. Simari, « Inconsistency Handling in Datalog+/- Ontologies », in *ECAI, Montpellier, France*, 2012, p. 558-563.

[29] C. Lutz & L. Schröder, « Probabilistic Description Logics for Subjective Uncertainty », in *12th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR), Toronto, Canada*, 2010.

[30] B. Motik, B. C. Grau, I. Horrocks, Z. Wu, A. Fokoue & C. Lutz, « OWL 2 Web Ontology Language Profiles. W3C Recommendation », 11 December 2012. Available at `https://www.w3.org/TR/owl2-profiles/`.

[31] J. Z. Pan, G. B. Stamou, G. Stoilos & E. Thomas, « Expressive Querying over Fuzzy DL-Lite Ontologies », in *20th DL workshop, Bressanone, Italy*, 2007.

[32] G. Qi, Q. Ji, J. Z. Pan & J. Du, « Extending description logics with uncertainty reasoning in possibilistic logic », *International Journal of Intelligent Systems* **26** (2011), n° 4, p. 353-381.

[33] U. Straccia, « Towards Top-k Query Answering in Description Logics : The Case of DL-Lite », in *10th European Conference on Logics in Artificial Intelligence (JELIA), Liverpool, UK*, 2006, p. 439-451.

[34] ——— , *Foundations of Fuzzy Logic and Semantic Web Languages*, Chapman & Hall/CRC, 2013.

[35] A. Telli, S. Benferhat, M. Bourahla, Z. Bouraoui & K. Tabia, « Polynomial Algorithms for Computing a Single Preferred Assertional-Based Repair », *KI* **31** (2017), n° 1, p. 15-30.

[36] F. Touazi, C. Cayrol & D. Dubois, « Possibilistic reasoning with partially ordered beliefs », *Journal of Applied Logic* **13** (2015), n° 4, p. 770-798.

[37] D. Trivela, G. Stoilos & V. Vassalos, « Querying Expressive DL Ontologies under the ICAR Semantics », in *31st DL workshop, Tempe, USA*, 2018.

[38] ——— , « Query Rewriting for DL Ontologies Under the ICAR Semantics », in *Rules and Reasoning - Third International Joint Conference, RuleML+RR, Bolzano, Italy*, 2019, p. 144-158.

[39] E. Tsalapati, G. Stoilos, G. Stamou & G. Koletsos, « Efficient Query Answering over Expressive Inconsistent Description Logics », in *IJCAI, New York, USA*, 2016, p. 1279-1285.

ABSTRACT. — Standard possibilistic DL-Lite, derived from the lightweight Description Logic DL-Lite, allows to represent uncertainty over data pieces in formal ontologies. In this paper, we propose an extension of standard possibilistic DL-Lite to the case where the data is uncertain but also partially preordered. We assume that the axioms of the terminological base (TBox) are fully certain and that they cannot be questioned when the available information is contradictory. However, the ground facts of the assertional base (ABox) may be uncertain and may be ignored or weakened if they are inconsistent with the TBox axioms. We define a tractable method for resolving inconsistency in the ABox, where uncertainty is represented by symbolic weights that are attached to the assertions and ordered according to a partial order. The idea consists in computing a single repair for the weighted and partially preordered ABox. To achieve this, we consider all the extensions of the partial preorder defined over the assertions, which yields as many compatible ABoxes for the initial ABox. Then, we compute the possibilistic repair associated with each one of the compatible ABoxes. Finally, we obtain a single repair for the initial ABox from the intersection of all the possibilistic repairs. We establish the compelling computational properties of our method thanks to an equivalent characterization based on the notion of π-accepted assertions. In essence, these are assertions with a priority level that is strictly higher than the priority level of at least one assertion of each conflict in the initial ABox. We show that the computation of the possibilistic repair of a partially preordered DL-Lite ontology can be performed in polynomial time in the size of the ABox.

KEYWORDS. — DL-Lite Ontology, Inconsistent Knowledge Base, Possibility Theory.

Manuscrit reçu le 7 mars 2021, révisé le 2 novembre 2021, accepté le 4 décembre 2021.